

方程式 4

高次方程式の実数解を二分法を用いて求める。

実行例 (Pascal プログラム)

高次方程式の実数解 (二分法)

何次方程式ですか [1-9] ? 3

係数を入れてください

a 3 ? 1

a 2 ? 0

a 1 ? -2

a 0 ? 1

$$1.00 x^3 + 0.00 x^2 + -2.00 x + 1.00 = 0$$

解を探す区間 [a b] ? 0 2

$$x = 0.61803399$$

区間を変更して調べますか [y/n] ? y

解を探す区間 [a b] ? 2 0

$$x = 1.00000000$$

区間を変更して調べますか [y/n] ?

二分法

$f(a_1)f(b_1) < 0$ (すなわち, $f(a_1)$ と $f(b_1)$ の符号が異なる) とする。

$x = \frac{a_k + b_k}{2}$ に対して次の 3 つの場合がある。

$$\begin{array}{ll} f(x) = 0 & \text{ならば } x \text{ が解である} \\ f(a_k)f(x) > 0 & \text{ならば } a_{k+1} = x, \quad b_{k+1} = b_k \text{ とする} \\ f(a_k)f(x) < 0 & \text{ならば } a_{k+1} = a_k, \quad b_{k+1} = x \text{ とする} \end{array}$$

これを繰り返していくと, いつか $f(x) = 0$ になるか, $|a_k - b_k|$ が非常に小さくなる。後者の場合, a_k が解の近似値になっている。

$f(a_1)f(b_1) > 0$ のときは, $a_1 < x < b_1$ (または $a_1 > x > b_1$) の x をランダムに生成して $f(a_1)f(x) < 0$ となるものを探す。

そのような x が見つかったら, それを b_1 とする。なかなか x が見つからない場合はあきらめる (区間を再入力する)。