

三角形 1

三角形の 6 つの要素 (3 角 A, B, C と 3 辺 a, b, c) の 3 要素 (3 角以外) から他の要素を求める .

実行例 (Pascal プログラム)

三角形の形

3 角 A, B, C と 3 辺 AB, BC, CA のうちの 3 つを入力します

- [1] 3 辺 AB BC CA を入力する
- [2] 2 辺挟角 AB B BC を入力する
- [3] 2 辺 1 角 B BC CA を入力する
- [4] 2 角挟辺 B BC C を入力する
- [5] 2 角 1 辺 A B BC を入力する
- [6] 終了

番号を選んでください [1-6] ? 1

辺 AB ? 7

辺 BC ? 5

辺 CA ? 3

角 A = 38.21°

角 B = 21.79°

角 C = 120.00°

辺 AB = 7.00

辺 BC = 5.00

辺 CA = 3.00

面積 = 6.50

(1) 3 辺 a, b, c がわかっている場合

余弦定理を用いて角 A, B, C を求められる .

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

ただし, 三角不等式 $|a - b| < c < a + b$ を満たさなければならない.

この条件は, 上の 3 つの式のすべての右辺の絶対値が 1 より小さいことと一致する.

(2) 2 辺 c, a とそれらに挟まれる角 B がわかっている場合

余弦定理を用いて残りの辺 b が求められる ((1) に帰着).

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$

(3) 2 辺 a, b とそれらに挟まれない角 B がわかっている場合

余弦定理より, 残りの辺 c が満たす二次方程式が得られる.

$$\begin{aligned} b^2 &= c^2 + a^2 - 2ca \cos B \\ c^2 - 2a \cos B c + a^2 - b^2 &= 0 \end{aligned}$$

ゆえに

$$c = a \cos B \pm \sqrt{b^2 - a^2 \sin^2 B} \quad (c > 0)$$

これを満たす c が 0~2 個求まる ((1) に帰着).

(4) 2 角 B, C とそれらに挟まれる辺 a がわかっている場合

内角の和が 180° であることから角 A がわかり, 正弦定理より他の辺 b, c が求められる.

$$A = 180^\circ - B - C$$

$$b = \frac{\sin B}{\sin A} a$$

$$c = \frac{\sin C}{\sin A} a$$

(5) 2 角 A, B とそれらに挟まれない辺 a がわかっている場合

内角の和が 180° であることから角 C がわかる ((4) に帰着).

$$C = 180^\circ - A - B$$