3　if と，repeat〜until を使うプログラム

油分け算プログラムは，入出力文と代入文の他に，if 文と repeat 文を使いました。それぞれ，5 ページと 6 ページに解説が載っています。今回はそれらを使うプログラムを作成します。

3.1　素因数分解 SoinsuuBunkai

自然数 n を素数の積 $p_1 \times p_2 \times \cdots \times p_k$ で表すことを素因数分解といいます。

3.1.1　実行例

```
自然数ｎを素因数分解します
ｎ ? 888888888
888888888 = 2 * 2 * 2 * 3 * 3 * 37 * 333667
Enter を押してください
```

3.1.2　考え方

n を素数 $p = 2, 3, 5, 7, 11, \ldots$ で次々に割れるだけ割っていけばよいのですが，そのためには何が素数か素数のリストが必要になります。コンピュータは素数のリストをもっていませんから，何が素数かわかりません。能率は悪いですが，素数だけでなく $p = 2, 3, 4, 5, 6, \cdots$ で次々に割れるだけ割っていくことにします。$p = 4$ のときには，すでに 2 で割れるだけ割っているので，割らずに 5 に進みます。

3.1.3　手順

(1) タイトルを書く。

(2) N を読む。（その前に‘ｎ ？　’を書く。）

(3) N の値と‘ = ’を書く。

(4) P を 2 にする。

(5) 以下のことを繰り返す。

　(5.1) N が P で割り切れる（割った余りが 0 の）とき，次のことをする。

　　(5.1.1) P の値と‘ * ’を書く。

　　(5.1.2) N を P で割る（割った商を新しい N とする）。

　(5.2) 割り切れないとき，次のことをする。

　　(5.2.1) P を 1 増やす（+1 した数を新しい P とする）。

(6) P が $\sqrt{\mathtt{N}}$ より大きくなるまで，(5) に戻って繰り返す（大きくなったら終了する）。

(7) N の値を書いて，改行する。

(8) Enter を押すのを待って終了する。

ヒント 油分け算のプログラムと構造がよく似ています。油分け算の手順（日本語で書いたプログラム）と（Pascal で書いた）プログラムを参考にしてプログラミングしてください。

ヒント Pascal で，$\sqrt{\mathtt{X}}$ を計算するための関数は `Sqrt(X)` です。

3.2 三乗根 Sanjoukon

a の三乗根 $\sqrt[3]{a}$ を求めるプログラム。

3.2.1 実行例

```
ａの三乗根αを求めます
ａ ? 100
  0.086505 ≦α≦  34.000000
  0.194142 ≦α≦  22.695502
  0.433108 ≦α≦  15.195049
  0.947299 ≦α≦  10.274402
  1.947705 ≦α≦   7.165367
  3.396386 ≦α≦   5.426146
  4.432955 ≦α≦   4.749559
  4.636721 ≦α≦   4.644025
  4.641586 ≦α≦   4.641590
  4.641589 ≦α≦   4.641589
Enter を押してください
```

3.2.2 求め方

次のように，数列 $\{x_n\},\{y_n\}$ を計算していくと，$n = 1$ 以降 $\{x_n\}$ は上（大きい方）から，$\{y_n\}$ は下（小さい方から） $\sqrt[3]{a}$ に限りなく近づいていきます。小数点以下 6 桁まで知りたければ，$x_n - y_n < 0.0000001$ になるまで計算すればいいのです。

$$
\begin{aligned}
x_0 &= 1 && \text{(正の数なら何でもよい。目的の}\sqrt[3]{a}\text{に近いほどよい。)} \\
y_0 &= \frac{a}{x_0^2} \\
x_{n+1} &= \frac{2x_n + y_n}{3} \\
y_{n+1} &= \frac{a}{x_{n+1}^2}
\end{aligned}
$$

理由 数学的根拠を知りたい人は読んでください。

相加平均と相乗平均の関係を用いて次の大小関係がわかります。

$$
\begin{aligned}
& x_{n+1} = \frac{x_n + x_n + y_n}{3} \geqq \sqrt[3]{x_n x_n y_n} = \sqrt[3]{a} \\
& \therefore\ \ y_{n+1} \leqq \sqrt[3]{a} \\
& \therefore\ \ x_{n+2} \leqq x_n \\
& \therefore\ \ y_1 \leqq y_2 \leqq \cdots \leqq \sqrt[3]{a} \leqq \cdots \leqq x_2 \leqq x_1
\end{aligned}
$$

3.2.3　手順

(1) タイトルを書く。

(2) a を読む。

(3) $x = 1$ とする。

(4) $y = \dfrac{a}{x^2}$ とする。

(5) 以下のことを繰り返す。

　(5.1) $\dfrac{2x+y}{3}$ を新しい x とする。

　(5.2) $\dfrac{a}{x^2}$ を新しい y とする（x は新しい x である）。

　(5.3) x と y を書く（書式は実行例に合わせる）。

(6) $x - y < 0.0000001$ になるまで繰り返す。

(7) Enter を押すのを待って終了する

3.3　角谷の数列 Kakutani

角谷教授（他の人という説もある）が，次の数列は必ずいつか 1 になるという不思議な性質に気がつきました。しかし，そのことが未だに証明されずに，世界の数学者が（プロ，アマともに）何とか証明しようと悪戦苦闘しています。

その数列とは，

$$x_0 = \text{任意の自然数}$$
$$x_{n+1} = \begin{cases} \dfrac{x_n}{2} & (x_n\text{が偶数のとき}) \\ 3x_n + 1 & (x_n\text{が奇数のとき}) \end{cases}$$

3.3.1　実行例

```
角谷の数列を 1 になるまで計算します
初項 ?
11
 →    34 →    17 →    52 →    26 →    13 →    40 →    20 →    10 →     5 →    16
 →     8 →     4 →     2 →     1
確かに 1 になりました
Enter を押してください
```