4.4　最小和積標準形

定義 4.3 (和積標準形)

リテラル 1 個，あるいは数個のリテラルの論理和を**基本和 (fundamental disjunction)** という。基本和 1 個，あるいは数個の基本和の論理積を**和積標準形 (conjunctive normal form)** という。

例 4.5 (和積標準形の例)

$$(\overline{A} \vee B)(\overline{B} \vee C \vee D)(C \vee \overline{D})$$

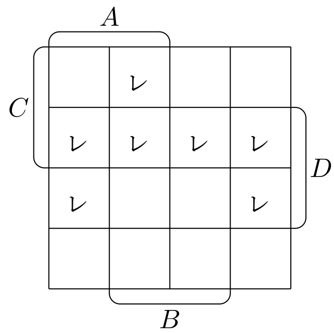
最小積和標準形と同様に 最小和積標準形を定義する。すなわち，リテラルの個数，基本和の個数が少ない和積標準形ほど単純であるとし，ϕ と同値な和積標準形で，それより単純で ϕ と同値な和積標準形がないようなものを，最小和積標準形という。

例 4.6 4.2 で最小積和標準形を求めた論理式 ϕ :

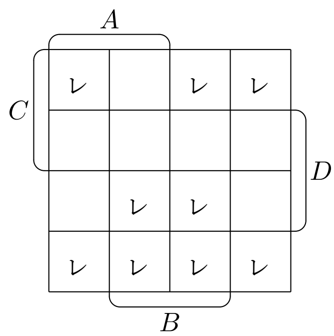
$$ABC\overline{D} \vee A\overline{B}CD \vee ABCD \vee \overline{A}BCD \vee \overline{A}\,\overline{B}CD \vee A\overline{B}\,\overline{C}D \vee \overline{A}B\overline{C}D$$

の最小和積標準形は次のようにして求められる。

ϕ のカルノー図は下図のようであった。

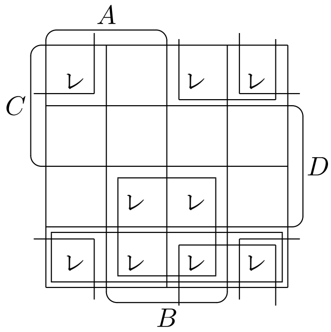


レを逆にすると $\overline{\phi}$ のカルノー図が得られる。



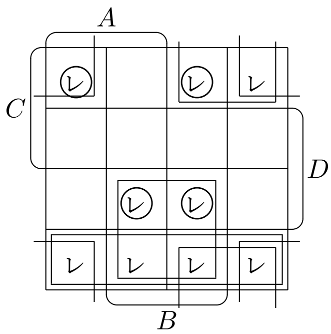
この 最小積和標準形を求める。

ステップ 1　面積が 2^n の長方形を大きなものから順に囲む。



面積 4 の長方形　:　$\overline{C}\,\overline{D}$, $B\overline{C}$, $\overline{B}\,\overline{D}$, $\overline{A}\,\overline{D}$

ステップ 2　レが書かれたマスで，それを囲む長方形が 1 つしかないものがあったら，そのマスをマークする。それを囲んでいる長方形は必要な長方形である。



必要な長方形　:　$B\overline{C}$, $\overline{B}\,\overline{D}$, $\overline{A}\,\overline{D}$

ステップ 3

すべての レが必要な長方形に含まれるので，選択長方形はない。

$\overline{\phi}$ の最小積和標準形は　$B\overline{C} \vee \overline{B}\,\overline{D} \vee \overline{A}\,\overline{D}$

ド・モルガンの法則を用いると，ϕ の最小和積標準形が得られる。

ϕの最小和積標準形は　$(\overline{B} \vee C)(B \vee D)(A \vee D)$

最小積和標準形 $CD \vee \overline{B}D \vee ABC$ よりリテラルが少なく単純である。

問題 4.3 次の 積和標準形の 最小積和標準形と 最小和積標準形を求めなさい。

$$\phi \;:\; \overline{A}\,\overline{B}CDE \vee \overline{A}BCDE \vee A\overline{B}C\overline{D}E \vee \overline{A}\,\overline{B}C\overline{D}E \vee A\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}E$$
$$\vee \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}E \vee A\overline{B}\,\overline{C}DE \vee A\overline{B}C\overline{D}\,\overline{E} \vee \overline{A}BCD\overline{E} \vee \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}\,\overline{E}$$