

1 eの近似値を電卓で

1.1 単純な電卓による計算

問題 1.1 電卓を使って次の値を計算してください。使うキーは、 $+-\times\div=$ と数字キーだけとします。キータッチを少なくするように工夫しましょう。

(1) $f(x) = 3x^7 + 5x^6 + 1x^5 + 4x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 6x + 1$ の $x = 8$ の値 (すなわち, 8進法の 35145661)

(2) $e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \cdots$ の $x = 1$ の値 (すなわち, e)。

ただし, $n = 12$ までで打ち切った近似値。

[答] 次のように式変形してから計算します。

(1)

$$\begin{aligned} f(x) &= 3x^7 + 5x^6 + 1x^5 + 4x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 6x + 1 \\ &= (3x + 5)x^6 + 1x^5 + 4x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 6x + 1 \\ &= ((3x + 5)x + 1)x^5 + 4x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 6x + 1 \\ &= (((3x + 5)x + 1)x + 4)x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 6x + 1 \\ &= ((((3x + 5)x + 1)x + 4)x + 5)x^3 + 6x^2 + 6x + 1 \\ &= ((((((3x + 5)x + 1)x + 4)x + 5)x + 6)x^2 + 6x + 1 \\ &= (((((((3x + 5)x + 1)x + 4)x + 5)x + 6)x + 6)x + 1 \end{aligned}$$

ゆえに

$$\begin{aligned} f(8) &= 3 \times 8 + 5 \times 8 + 1 \times 8 + 4 \times 8 + 5 \times 8 + 6 \times 8 + 6 \times 8 + 1 \\ &\quad (\text{左から順に計算する, すなわち電卓にこのままキーインすればよい}) \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned} e &\doteq 1 + 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{5!} + \frac{1}{6!} + \frac{1}{7!} + \frac{1}{8!} + \frac{1}{9!} + \frac{1}{10!} + \frac{1}{11!} + \frac{1}{12!} \\ &= 1/12! + 1/11! + 1/10! + 1/9! + 1/8! + 1/7! + 1/6! + 1/5! + 1/4! + 1/3! + 1/2! + 1 + 1 \\ &= (1/12 + 1)/11! + 1/10! + 1/9! + 1/8! + 1/7! + 1/6! + 1/5! + 1/4! + 1/3! + 1/2! + 1 + 1 \\ &= (((1/12 + 1)/11 + 1)/10! + 1/9! + 1/8! + 1/7! + 1/6! + 1/5! + 1/4! + 1/3! + 1/2! + 1 + 1 \\ &= (((((1/12 + 1)/11 + 1)/10 + 1)/9! + 1/8! + 1/7! + 1/6! + 1/5! + 1/4! + 1/3! + 1/2! + 1 + 1 \\ &= \dots \\ &= ((((((((((1/12 + 1)/11 + 1)/10 + 1)/9 + 1)/8 + 1)/7 + 1)/6 + 1)/5 + 1)/4 + 1)/3! + 1/2! + 1 + 1 \\ &= (((((((((((1/12 + 1)/11 + 1)/10 + 1)/9 + 1)/8 + 1)/7 + 1)/6 + 1)/5 + 1)/4 + 1)/3 + 1)/2! + 1 + 1 \\ &= ((((((((((((((1/12 + 1)/11 + 1)/10 + 1)/9 + 1)/8 + 1)/7 + 1)/6 + 1)/5 + 1)/4 + 1)/3 + 1)/2 + 1 + 1 \end{aligned}$$

ゆえに

$$\begin{aligned} e &\doteq 1 \div 12 + 1 \div 11 + 1 \div 10 + 1 \div 9 + 1 \div 8 + 1 \div 7 + 1 \div 6 + 1 \div 5 + 1 \div 4 + 1 \div 3 + 1 \div 2 + 1 + 1 \\ &\quad (\text{左から順に計算する, すなわち電卓にこのままキーインすればよい}) \end{aligned}$$

n を 13, 14, ... と大きくしていくと, より正確な近似値が得られます。表示桁数が大きい電卓を持っている人は大きな数で計算してみてください。