

# 1 e の近似値を電卓で

## 1.1 単純な電卓による計算

問題 1.1 電卓を使って次の値を計算してください。使うキーは、 $+ - \times \div =$  と数字キーだけとします。キータッチを少なくするように工夫しましょう。

(1)  $f(x) = 3x^7 + 5x^6 + 1x^5 + 4x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 6x + 1$  の  $x = 8$  の値 (すなわち, 8 進法の 35145661)

(2)  $e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$  の  $x = 1$  の値 (すなわち,  $e$ )。

ただし,  $n = 12$  までで打ち切った近似値。

[答] 次のように式変形してから計算します。

(1)

$$\begin{aligned} f(x) &= 3x^7 + 5x^6 + 1x^5 + 4x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 6x + 1 \\ &= (3x + 5)x^6 + 1x^5 + 4x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 6x + 1 \\ &= ((3x + 5)x + 1)x^5 + 4x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 6x + 1 \\ &= (((3x + 5)x + 1)x + 4)x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 6x + 1 \\ &= ((((3x + 5)x + 1)x + 4)x + 5)x^3 + 6x^2 + 6x + 1 \\ &= ((((((3x + 5)x + 1)x + 4)x + 5)x + 6)x^2 + 6x + 1 \\ &= (((((((3x + 5)x + 1)x + 4)x + 5)x + 6)x + 6)x + 1 \end{aligned}$$

ゆえに

$$\begin{aligned} f(8) &= 3 \times 8 + 5 \times 8 + 1 \times 8 + 4 \times 8 + 5 \times 8 + 6 \times 8 + 6 \times 8 + 1 \\ &\quad (\text{左から順に計算する, すなわち電卓にこのままキーインすればよい}) \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned} e &\doteq 1 + 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{5!} + \frac{1}{6!} + \frac{1}{7!} + \frac{1}{8!} + \frac{1}{9!} + \frac{1}{10!} + \frac{1}{11!} + \frac{1}{12!} \\ &= 1/12! + 1/11! + 1/10! + 1/9! + 1/8! + 1/7! + 1/6! + 1/5! + 1/4! + 1/3! + 1/2! + 1 + 1 \\ &= (1/12 + 1)/11! + 1/10! + 1/9! + 1/8! + 1/7! + 1/6! + 1/5! + 1/4! + 1/3! + 1/2! + 1 + 1 \\ &= (((1/12 + 1)/11 + 1)/10! + 1/9! + 1/8! + 1/7! + 1/6! + 1/5! + 1/4! + 1/3! + 1/2! + 1 + 1 \\ &= (((((1/12 + 1)/11 + 1)/10 + 1)/9! + 1/8! + 1/7! + 1/6! + 1/5! + 1/4! + 1/3! + 1/2! + 1 + 1 \\ &= \dots \\ &= ((((((((((1/12 + 1)/11 + 1)/10 + 1)/9 + 1)/8 + 1)/7 + 1)/6 + 1)/5 + 1)/4 + 1)/3! + 1/2! + 1 + 1 \\ &= (((((((((((1/12 + 1)/11 + 1)/10 + 1)/9 + 1)/8 + 1)/7 + 1)/6 + 1)/5 + 1)/4 + 1)/3 + 1)/2! + 1 + 1 \\ &= ((((((((((((((1/12 + 1)/11 + 1)/10 + 1)/9 + 1)/8 + 1)/7 + 1)/6 + 1)/5 + 1)/4 + 1)/3 + 1)/2 + 1 + 1 \end{aligned}$$

ゆえに

$$\begin{aligned} e &\doteq 1 \div 12 + 1 \div 11 + 1 \div 10 + 1 \div 9 + 1 \div 8 + 1 \div 7 + 1 \div 6 + 1 \div 5 + 1 \div 4 + 1 \div 3 + 1 \div 2 + 1 + 1 \\ &\quad (\text{左から順に計算する, すなわち電卓にこのままキーインすればよい}) \end{aligned}$$

$n$  を 13, 14, ... と大きくしていくと, より正確な近似値が得られます。表示桁数が大きい電卓を持っている人は大きな数で計算してみてください。

## 1.2 自乗機能がある電卓による計算

問題 1.2 加減乗除の他に自乗（2乗，平方）ができる電卓を使って，次の計算をしてください．

- (1)  $2^{32}$  を計算して，値をメモする（ $n$  とする）．
- (2)  $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$  を計算して，値をメモする（ $e_1$  とする）．
- (3)  $\left(1 - \frac{1}{n}\right)^{-n}$  を計算して，値をメモする（ $e_2$  とする）．
- (4)  $e_1 < e < e_2$  より， $e$  の近似値を求める．

[注] [http://www.geocities.jp/ooya\\_takemasa/](http://www.geocities.jp/ooya_takemasa/) の「数学プログラム」のページにある「分数電卓」は自乗機能があります．これをダウンロードしてできます．

[答]

- (1) 2 に 自乗 を 5 回行う．
- (2)  $\frac{n+1}{n}$  に 自乗 を 32 回行う．
- (3)  $\frac{n}{n-1}$  に 自乗 を 32 回行う．