位置ベクトル

- $\overrightarrow{\boldsymbol{p}} = \alpha\overrightarrow{\boldsymbol{a}} + \beta\overrightarrow{\boldsymbol{b}}$

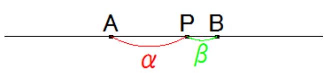
　2 定点 A，Bと動点 P の位置ベクトルを $\overrightarrow{\boldsymbol{a}}$，$\overrightarrow{\boldsymbol{b}}$，$\overrightarrow{\boldsymbol{p}}$ とすると，次の同値関係が成り立つ。

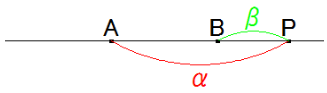
$$\text{Pが直線AB上にある} \iff \overrightarrow{\boldsymbol{p}} = \alpha\overrightarrow{\boldsymbol{a}} + \beta\overrightarrow{\boldsymbol{b}} \quad (\alpha+\beta=1)\ \text{と表せる}$$

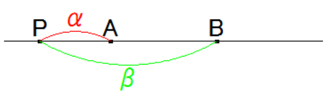
このとき，α，βの図形的意味は次の通りである。

$|\alpha| : |\beta| = \mathrm{PB} : \mathrm{PA}$
αの符号は,$\mathrm{P} \to \mathrm{B}$と$\mathrm{A} \to \mathrm{B}$が同じ向きのとき $+$，逆向きのとき$-$
βの符号は,$\mathrm{P} \to \mathrm{A}$と$\mathrm{B} \to \mathrm{A}$が同じ向きのとき $+$，逆向きのとき$-$

$$\begin{cases} \alpha > 0 \\ \beta > 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \alpha > 0 \\ \beta < 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \alpha < 0 \\ \beta > 0 \end{cases}$$







- $\overrightarrow{\boldsymbol{p}} = \alpha\overrightarrow{\boldsymbol{a}} + \beta\overrightarrow{\boldsymbol{b}} + \gamma\overrightarrow{\boldsymbol{c}}$

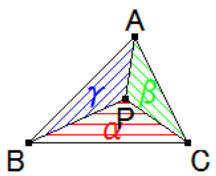
　3 定点 A，B，C と動点 P の位置ベクトルを $\overrightarrow{\boldsymbol{a}}$，$\overrightarrow{\boldsymbol{b}}$，$\overrightarrow{\boldsymbol{c}}$，$\overrightarrow{\boldsymbol{p}}$ とすると，次の同値関係が成り立つ。

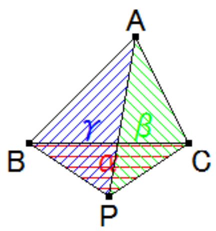
$$\text{Pが平面ABC上にある} \iff \overrightarrow{\boldsymbol{p}} = \alpha\overrightarrow{\boldsymbol{a}} + \beta\overrightarrow{\boldsymbol{b}} + \gamma\overrightarrow{\boldsymbol{c}} \quad (\alpha+\beta+\gamma=1)\ \text{と表せる}$$

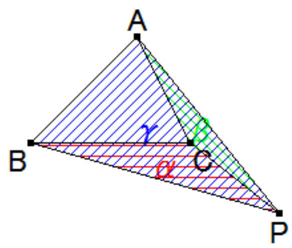
このとき，α，β，γの図形的意味は次の通りである。

$|\alpha| : |\beta| : |\gamma| = \triangle\mathrm{PBC} : \triangle\mathrm{PCA} : \triangle\mathrm{PAB}$
αの符号は,$\mathrm{P} \to \mathrm{B} \to \mathrm{C} \to \mathrm{P}$と$\mathrm{A} \to \mathrm{B} \to \mathrm{C} \to \mathrm{A}$が同じ回りのとき $+$，逆回りのとき$-$
βの符号は,$\mathrm{P} \to \mathrm{C} \to \mathrm{A} \to \mathrm{P}$と$\mathrm{B} \to \mathrm{C} \to \mathrm{A} \to \mathrm{B}$が同じ回りのとき $+$，逆回りのとき$-$
γの符号は,$\mathrm{P} \to \mathrm{A} \to \mathrm{B} \to \mathrm{P}$と$\mathrm{C} \to \mathrm{A} \to \mathrm{B} \to \mathrm{C}$が同じ回りのとき $+$，逆回りのとき$-$

$$\begin{cases} \alpha > 0 \\ \beta > 0 \\ \gamma > 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \alpha < 0 \\ \beta > 0 \\ \gamma > 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \alpha < 0 \\ \beta < 0 \\ \gamma > 0 \end{cases}$$







注 1　“同じ回り”，“逆回り” の “回り” は “時計回り” か “反時計回り” か指している。
注 2　平面ベクトルの場合，4 点 A，B，C，P は同一平面にあるから，必ず

$$\overrightarrow{\boldsymbol{p}} = \alpha\overrightarrow{\boldsymbol{a}} + \beta\overrightarrow{\boldsymbol{b}} + \gamma\overrightarrow{\boldsymbol{c}} \quad (\alpha+\beta+\gamma=1)$$

と表せる。