1 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$ の模型

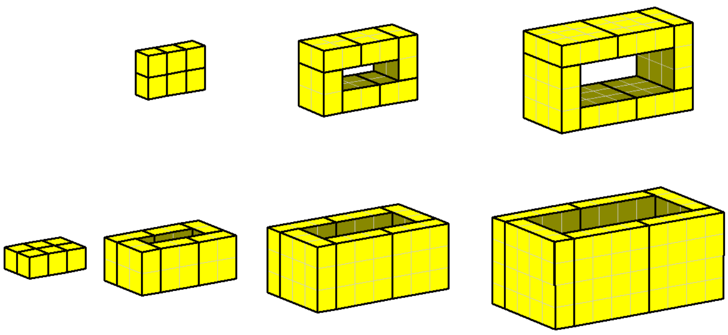
(1) $k \times k \times 1$ (体積 k^2) の積み木を 6 個ずつ用意する ($k = 1, 2, 3, \dots, n$)。

(2) 下段の図のように四角い筒状 ($k \times (k+1) \times (2k+1)$) に組み立てる。
それぞれを，立体$_k$ と呼ぶことにする。

(3) 立体$_{k-1}$ を上段の図のように立てると，ちょうど 立体$_k$ の穴におさまる。

(4) 立体$_1$ を 立体$_2$ の穴におさめ，まとめて 立体$_3$ の穴におさめ，以下同様。

(5) $6 \times \displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2 = n(n+1)(2n+1)$ であることがわかる。



2 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2$ の模型

(1) $k \times k \times k$ の積み木を 2 個と，$k \times k \times 1$ の積み木を $2k$ 個用意する (体積の合計 $4k^3$, $k = 1, 2, 3, \dots, n$)。

(2) 下段の図のように四角い筒状 ($k \times (k+1) \times k(k+1)$) に組み立てる。それぞれを，立体$_k$ と呼ぶことにする。

(3) 立体$_{k-1}$ を上段の図のように立てると，ちょうど 立体$_k$ の穴におさまる。

(4) 立体$_1$ を 立体$_2$ の穴におさめ，まとめて 立体$_3$ の穴におさめ，以下同様

(5) $4\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^3 = n^2(n+1)^2$ であることがわかる。